

RESPOSTA DINÂMICA EM FREQUÊNCIAS NATURAIS DE UM MODELO DE REDUTOR PARALELO.

Álvaro Fernando Gonçalves Crespo, Aldemir Aparecido Cavalini Junior, Prof. Dr. Gilberto Pechoto de Melo – Engenharia Mecânica – Departamento de Engenharia Mecânica – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – Campus de Ilha Solteira.

É comum em conjuntos mecânicos a necessidade de se obter diferenças entre velocidades geradas pelas as partes motrizes e utilizadas nas operacionais, para isso emprega-se redutor de velocidades, que são conjuntos de eixos girantes em contato entre si por meio de engrenagens de diferentes tamanhos, de modo a obter as variações entre as velocidades de entrada e saída do conjunto. Para isso utilizam-se engrenagens acopladas aos eixos, possibilitando a variedade de velocidades por meio da variação de seus diâmetros, sendo elementos de contato direto utilizados para transmissão de velocidades e torques, e por possuírem elevadas velocidades angulares, deve-se dar grande ênfase no comportamento dinâmico e vibratório destes sistemas.

Tais estudos a respeito das vibrações são necessários não só neste caso como nos conjuntos mecânicos em geral, pois o comportamento dinâmico está intimamente ligado ao vibratório, o qual gera uma combinação de efeitos indesejáveis como desconforto humano devido ao ruído, e falha das estruturas e de peças vitais. Sendo que os dois últimos fatores, em casos extremos, podem levar todo o conjunto ao colapso, portanto é necessário um estudo do comportamento vibratório no decorrer do projeto mecânico de um sistema, tendo em vista que decorre do movimento das partes girantes e alternativas das quais é composto.

Esse movimento vibratório em elementos girantes origina-se das excentricidades em relação ao eixo de rotação, provenientes dos processos produtivos dos componentes, no caso de redutores, eixos e engrenagens atuantes como massas rígidas acopladas, a elementos relativamente flexíveis, eixos, e uma vez não havendo coincidência entre os centros de massa e o eixo de rotação origina-se a vibração do sistema. Sendo esta indesejável, não somente por causa dos ruídos e tensões dinâmicas, também importantes para a análise dinâmica da estrutura, mas pelas perdas de energia e redução da performance em elementos de contato direto, ou mesmo danificando-o devido a choques entre as partes do conjunto.

Uma vez que as excentricidades podem somente ser minimizadas e não eliminadas, faz-se necessário estudar quais as faixas de frequências de vibrações que afetam o sistema, contribuindo e ampliando este comportamento indesejável. Denominadas frequências naturais do conjunto têm como característica a grande amplitude gerada ao atingi-las, sendo necessário, portanto, determinar em quais intervalos surgem de modo a evitá-las em condições de uso, ou mesmo modificar o projeto a fim de obter novas frequências naturais que dificilmente serão atingidas durante o uso.

Para tanto é necessário conhecer o comportamento dinâmico dos conjuntos, o que é feito por meio de ensaios, com protótipos ou mesmo o sistema real, ou elaborando-se modelos matemáticos que os represente. Tal modelagem consiste em:

- i. Avaliar as massas e a elasticidade dos elementos envolvidos;
- ii. Avaliar as forças atuantes;
- iii. Construir um modelo, por molas, massas, amortecedores, eixos, massas concentradas, etc;
- iv. Estabelecer as equações diferenciais do movimento para o conjunto modelado;
- v. Resolver as equações e interpretar os resultados.

Sendo último método o utilizado para a obtenção das frequências naturais de um modelo de redutor paralelo, composto por dois eixos paralelos de rigidez k e duas engrenagens em cada eixo, com seus respectivos momentos de inércia, sendo que as engrenagens das extremidades estão em

Diagram of a continuous beam with four supports. The beam is divided into three segments by three vertical supports. The first support is a fixed wall on the left. The second support is a roller. The third support is a fixed wall. The fourth support is a roller. The beam is labeled with 'k' for stiffness, 'I' for moment of inertia, and 'I/2' for the second moment of inertia. The rotation angles at the supports are labeled θ_1 , θ_2 , θ_3 , and θ_4 .

Para o modelo acima, desconsiderando o efeito de amortecimento, têm-se então as energias cinéticas e potencial são, para um elemento i qualquer:

$$U_i = \frac{k \theta_i^2}{2} \quad (2)$$

$$T = \frac{I \theta_1^2}{2} + \frac{I (1/2 + 2^2) \theta_2^2}{2} + \frac{I \theta_4^2}{2} \quad (3) \text{ e}$$

Para o modelo aplicando o método da energia com a equação de Lagrange fica:

Ao aplicar para o modelo e considerando que não há amortecimento viscoso, tem-se então a equação do movimento angular na forma matricial:

Com as matrizes $[M]$ e $[K]$ foi possível obter a matriz dinâmica $[A]$ do conjunto redutor, através das equações em termos de espaço de estado:

$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M]^{-1}[K] & [0] \end{bmatrix} \quad (7)$$

na qual $[0]$ é a matriz quadrada de zeros de ordem 3, e $[I]$ é a matriz identidade de ordem 3.

A partir de $[A]$ foram obtidos os autovalores, os quais fornecem os valores das frequências naturais ao calcular o módulo de cada autovalor encontrado, que se encontram na tabela 1, abaixo.

	1°	2°	3°
Frequência Natural (rad/s)	0.3335	1.8377	2.1758

Tabela 1- Frequências naturais dos três primeiros modos de vibrar

Obteve-se portanto apenas as das três primeiras frequências naturais uma vez que o conjunto foi discretizado apenas por três graus de liberdade, restringindo a resposta do sistema às frequências respectivas aos três primeiros modos de vibrar.

Portanto é possível estabelecer critérios para o comportamento dinâmico um redutor, que se encaixe nas especificações do modelo, através da modelagem, estudo e análise propostos neste trabalho, quer seja para estabelecer critérios de uso, ou para se determinar, ainda em fase de projeto, como comportará um conjunto mecânico, podendo caso haja a necessidade fazer mudanças no projeto, o que evita a construção protótipos, ou em estruturas reais, mais onerosos, para ensaiar-se. Deste modo o método em estudo foi um sucesso para a obtenção da resposta dinâmica de um modelo de redutor paralelo, e sendo possível de aplicar em qualquer tipo de estruturas mecânicas torna-se uma importante ferramenta para o projeto e controle de conjuntos mecânicos, ou mesmo como base para a manutenção preditiva dos mesmos.

LALLANE, M.; BERTHIER, P.; HAGOPIAN, J.D., Mechanical Vibration for Engineers. Chichester, New York. John Wiley & Sons, 1998.

TADEU, M. D.A., Vibrações Mecânicas para engenheiros. São Paulo, Editora Edgard Blücher Ltda. 1987.

HALL, A. S. J.; HOLOWENKO, A. R.; LAUGHLIN, H. G., Elementos Orgânicos de Máquinas. São Paulo, McGraw-Hill, 1977.